Informatik I

Processing Numbers

Wolfram Burgard

Motivation

- Computer bzw. Rechenmaschinen wurden ursprünglich gebaut, um schnell und zuverlässig mit Zahlen zu rechnen.
- Erste Anwendungen von Rechenmaschinen und Computern waren die Berechnung von Zahlentabellen, Codes, Buchhaltungen, ...
- Auch heute spielen numerische Berechnungen immer noch eine bedeutende Rolle.
- Nicht nur in Buchhaltungen, graphischen Oberflächen (Kreise, Ellipsen, ...) sondern auch bei der Interpretation von Daten (z.B. Bildverarbeitung, Robotik, ...) wird üblicherweise mit Zahlen gerechnet.
- Auch Java bietet Möglichkeiten, Zahlen zu repräsentieren und arithmetische Berechnungen durchzuführen.

Primitive Datentypen

- Einer der grundlegende Datentypen von Computern sind Zahlen.
- Anstatt Klassen für die Manipulation von Zahlen zur Verfügung zu stellen, bietet Java einen **direkten Zugriff auf Zahlen**.
- Verschiedene Typen von Zahlen (ganze Zahlen, ...) werden in Java auch direkt, d.h. unter direkter Verwendung der zugrunde liegenden Hardware realisiert ohne den Umweg über Klassendefinitionen zu gehen.
- Dies hat den Vorteil, dass numerische Berechnungen besonders effizient ausgeführt werden können.

Operatoren versus Methoden

- Allerdings führt der **Verzicht auf Klassen für Zahlen** dazu, dass **Berechnungen nicht mithilfe von Nachrichten** ausgeführt werden, die an Objekte gesendet werden, sondern mithilfe so genannter **Operatoren**.

- Darüber hinaus ist

```
x / (y + 1)
```

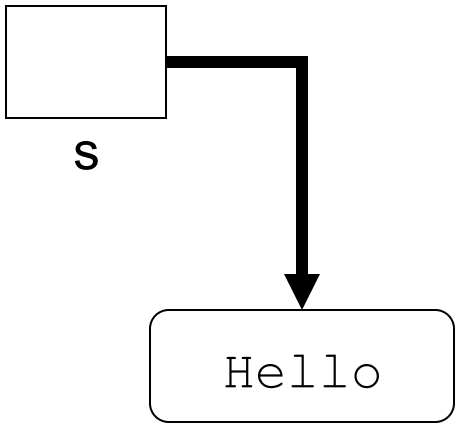
leichter lesbar als

```
x.divide(y.add(1))
```

Variablen versus Referenzvariablen

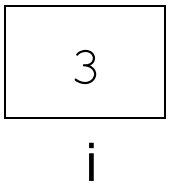
- **Referenzvariablen haben als Wert Referenzen** bzw. Bezüge auf Objekte.
- **Variablen hingegen enthalten Werte einfacher Datentypen** und werden nicht mit Objekten „assoziiert“.
- einer dieser Datentypen ist **`int`**, der ganze Zahlen repräsentiert.

```
String s = new String("Hello");
```



Objekt, das "Hello" repräsentiert

```
int i = 3;
```



Unterschiede zwischen Variablen und Referenzvariablen

	Referenzvariable	**Einfache Variable**
Definiert durch	Klassendefinition	Sprache
Wert erzeugt durch	new	System
Wert initialisiert durch	Konstruktor	System
Variable initialisiert durch	Zuweisung einer Referenz	Zuweisung eines Wertes
Variable enthält	Referenz auf ein Objekt	primitiven Wert
Verwendet zusammen mit	Methoden	Operatoren
Nachrichtenempfänger	ja	nein

Grundlegende Arithmetische Operatoren

Einige der Operatoren, die in Java im Zusammenhang mit ganzen Zahlen (`int`) benutzt werden können, sind.

+ Addition
Ergebnis ist die Summe der beiden Operanden: `5 + 3 = 8`

- Subtraktion
Ergebnis ist die Differenz der beiden Operanden `5 - 2 = 3`

*** Multiplikation**
Ergebnis ist das Produkt der beiden Operanden `5 * 3 = 15`

/ Division
Ganzzahlige Division ohne Rest: `5/3 = 1`

% Rest
Ergebnis ist der Rest bei ganzzahliger Division: `5%3 = 2`

Operatoren, Operanden und Ausdrücke

- Operatoren korrespondieren zu Aktionen, die Werte berechnen.
- Die Objekte, auf die Operatoren angewandt werden, heißen Operanden.
- Operatoren zusammen mit ihren Operanden werden Ausdrücke genannt.
- In dem Ausdruck `x / y` sind `x` und `y` die Operanden und `/` der Operator.
- Da Ausdrücke wiederum Werte repräsentieren, können Ausdrücke auch als Operanden verwendet werden.

Für die Integer-Variablen `x, y` und `z` lassen sich folgende Ausdrücke bilden:

```
x + y
z / x
(x - y)*(x + y)
```

Literale

- Innerhalb von Ausdrücken dürfen auch konkrete (Zahlen)-Werte verwendet werden.

- Zahlenwerte, die von der Programmiersprache vorgegeben werden, wie z.B. `-1` oder `2`, heißen **Literale**.

Damit sind auch folgende Ausdrücke zulässig:

```
2 * x + y
75 / x
33 / 5 + y
```

Präzedenzregeln

- Sofern in einem Ausdruck mehr als ein Operator vorkommt, gibt es **Mehrdeutigkeiten**.
- Je nachdem, wie der Ausdruck ausgewertet wird, erhält man unterschiedliche Ergebnisse.
- Beispielsweise kann `4*3+2` als `14` interpretiert werden, wenn man zunächst `4` mit `3` multipliziert und anschließend `2` addiert, oder als `20`, wenn man zuerst `3` und `2` addiert und das Ergebnis mit `4` multipliziert.
- Java verwendet so genannte „**Präzedenzregeln**“, um solche Mehrdeutigkeiten aufzulösen.
- Dabei haben `*`, `/` und `%` eine **höhere Präzedenz als** die **zweistelligen Operatoren** `+` und `-`.
- Die **einstelligen Operatoren** `+` und `-` (**Vorzeichen**) wiederum haben höhere Präzedenz als `*`, `/` und `%`.

Präzedenzregeln und Klammern

Der Ausdruck

```
4 * 3 * -2 + 2 * -4
```

ist somit äquivalent zu

```
((4 * 3) * (-2)) + (2 * (-4))
```

Ebenso wie in der Mathematik kann man **runde Klammern** verwenden, um **Präzedenzregeln zu überschreiben**:

```
(4 * 3) + 2
4 * (3 + 2)
```

Wertzuweisungen und zusammengesetzte Wertzuweisungen

- Ausdrücke (wie die oben verwendeten) können auf der rechten Seite von Wertzuweisungen verwendet werden:

```
x = y + 4;          y = 2 * x + 5;
```

- Verschiedene Wertzuweisungen tauchen jedoch sehr häufig auf, wie z.B.

```
x = x + y;          y = 2 * y;
```

Für diese Form der Wertzuweisungen stellt Java **zusammengesetzte Wertzuweisungen** zur Verfügung:

```
x += y;     entspricht     x = x + y;
y *= 2;     entspricht     y = y * 2;
```

Inkrement und Dekrement

- Die häufigsten arithmetischen Operationen sind das Addieren und das Subtrahieren von `1`.
- Auch hierfür stellt Java spezielle Operatoren zur Verfügung:

```
x++; ++x;

y--; --y;
```

- Die oberen zwei Operatoren heißt **Inkrement-Operatoren**. Die unteren zwei werden **Dekrement-Operatoren** genannt.
- Diese Statements stehen für eine Wertzuweisung, durch welche der Wert der entsprechenden Variable um eins erhöht bzw. erniedrigt wird.
- Dementsprechend dürfen die Argumente dieser Operatoren weder Literale noch zusammengesetzte Ausdrücke sein.

Methoden für Integers

- Die Menge der Operatoren ist auf die Grundrechenarten eingeschränkt.
- Häufig benötigt man jedoch **weitere Funktionen**.
- Da die eingebauten Datentypen wie `int` eingeführt wurden, um bei Berechnungen den Zusatzaufwand einer Objektorientierung zu vermeiden, stellt sich nun die **Frage, wie solche Funktionen realisiert werden können**.
- Da wir **keine Objekte** mehr haben, **denen wir eine Nachricht schicken können**, müssen wir uns entsprechende Alternativen suchen.

Methoden für Integers

- In Java besteht die Lösung darin, dass solche **Methoden in** den jeweiligen **Klassen realisiert werden**.
- Die entsprechenden **Nachrichten werden** dann **nicht an ein Objekt sondern an die entsprechende Klasse gesendet**.
- Beispielsweise werden auch für Integer-Objekte einige Methoden in den vordefinierten Klasse `Integer` und `Math` zur Verfügung gestellt.
- Eine dieser Methoden ist z.B. `Math.abs`:

```
int i = -2;

int j = Math.abs(i);
```

Das Schlüsselwort `static`

- **Methoden und Variablen**, die **nicht an Instanzen einer Klasse gebunden** sind, sollten das Schlüsselwort `static` tragen.
- **Statische Methoden/Variablen** „**gehören**“ somit **zur Klasse** und nicht zu Instanzen einer Klasse (den Objekten).
- **Statische Methoden** haben daher **keinen Zugriff** auf die **Instanzvariablen** der Klasse.
- Statische Methoden haben **keinen Zugriff** auf **nicht-statische Methoden** der Klasse.

Anwendung des Schlüsselworts `static`

- Beispiel einer statischen Methode:

```
class StaticTest {
    StaticTest() {}
    public static int sum(int a, int b) {
        return a+b;
    }
}
```

- Da eine statische Methode nicht zu einem Objekt gehört, verwendet man den Klassennamen als Empfänger:

```
StaticTest.sum(1,2); // yields 1+2=3
```

- Eine typische Anwendung statischer Methoden und Variablen sind die mathematische Funktionen `Math.cos()`, `Math.sin()` sowie die Konstante `Math.PI`.

Auswertung von Ausdrücken

1. **Ausdrücke werden von links nach rechts unter Berücksichtigung der Präzedenzregeln und der Klammerung ausgewertet**.
2. Bei **Operatoren mit gleicher Präzedenz** wird **von links nach rechts** vorgegangen.
3. Dabei werden die **Variablen und Methodenaufrufe, sobald sie an die Reihe kommen, durch ihre jeweils aktuellen Werte ersetzt**.

Beispiele für die Ausdrucksauswertung

Gegeben:

```
int p = 2, q = 4, r = 4, w = 6, x = 2, y = 1;
```

Dies ergibt:

```
p * r % q + w / x - y
2 * 4 % 4 + 6 / 2 - 1                    ---> 2

p * x * x + w * x + -q
2 * 2 * 2 + 6 * 2 + -4                   ---> 16

(p + q * 2) + ((p - 2) * r - w)
(2 + 4 * 2) + ((2 - 2) * 4 - 6)          ---> 4
```

Zuweisungen und Inkrementoperatoren in Ausdrücken

- Sowohl die Wertzuweisung `=` als auch die Inkrementoperatoren `++` und `--` stellen **Operatoren** dar.
- Sie dürfen daher auch in Wertzuweisungen vorkommen.
- Der Ausdruck `x = y` hat als Wert den Wert von `y`.
- Hat `x` den Wert `3`, liefert `++x` als Ergebnis den Wert `4`. Dabei wird `x` von `3` auf `4` erhöht.
- `x++` liefert in derselben Situation den Wert `3`. Danach wird `x` um `1` erhöht.
- Zulässig sind daher

```
x = y = z = 0;   x = y = z++;   x = z++ + --z;
```

Empfehlung: Keine Zuweisungen und Operatoren mit Seiteneffekten in Ausdrücken verwenden!

Einlesen von Zahlen von der Tastatur

- Um Zahlen von der Tastatur einzulesen, benötigen wir entsprechende Methoden.
- In Java wird das durch die **Komposition von zwei Methoden** erreicht.
- Die erste liest ein **`String`-Objekt aus dem Eingabestrom**.
- Die zweite Methode **wandelt die Zeichen dieses `String`-Objektes in eine Zahl um**:

```
String s = br.readLine();
int i = Integer.parseInt(s);
```

- Kompakter geht es mit:

```
int i = Integer.parseInt(br.readLine());
```

Mögliche Fehler

- Damit das Einlesen einer Zahl erfolgreich ist, muss sich die eingelesene Zeile tatsächlich auch in eine Zahl umwandeln lassen.
- Folgende Eingaben sind zulässig:

```
2
75
-1
```

- Bei folgenden Eingaben hingegen wird ein Fehler auftreten:

```
Hello
75 40
12o
```

Der Datentyp `long` für große ganze Zahlen

- Der Typ `int` modelliert ganze Zahlen in dem Bereich `[-2147483648,2147483647]`
- Leider reicht dieser Wertebereich für viele Anwendungen nicht aus: Erdbevölkerung, Staatsschulden, Entfernungen im Weltall etc.
- Java stellt daher auch den Typ `long` mit dem Wertebereich `[-9223372036854775808,9223372036854775807]` zur Verfügung, der für fast alle Anwendungen im Bereich Administration und Handel ausreicht.
- Für den Datentyp `long` gelten die gleichen Operatoren wie für `int`.
- `Long`-Literale werden durch ein abschließendes `L` gekennzeichnet.

```
long x = 2000L, y = 1000L;
y *= x;
x += 1500L;
```

Warum `int` und `long` und nicht nur `long`?

- Variablen vom Typ `int` benötigen nur vier Byte=32 Bit, während solche vom Typ `long` acht Byte = 64 Bit benötigen. Wenn also ein Programm sehr viele ganze Zahlen verwendet, verbraucht man bei Verwendung von `int`s nur die Hälfte an Speicherplatz.

- In der Praxis muss man die Anforderungen an die Genauigkeit sehr genau untersuchen und kann ggf. auf die speicherplatzsparenden `int`s zurückgreifen.

Gleichzeitige Verwendung mehrerer Typen: Casting

- Java erlaubt die Zuweisung eines Wertes vom Typ `int` an eine Variable vom Typ `long`.
- Dabei geht offensichtlich keine Information verloren.
- Umgekehrt ist das jedoch nicht der Fall, weil der zugewiesene Wert außerhalb des Bereichs von `int` liegen kann.
- Wenn man einer Variable vom Typ `int` einen Ausdruck vom Typ `long` zuordnen will und man sicher ist, dass keine **Bereichsüberschreitung** stattfinden kann, muss man eine spezielle Notation verwenden, die **Casting** genannt wird.
- Dabei stellt man dem Ausdruck den Typ, in den sein Wert **konvertiert** werden soll, in Klammern voraus.

Die folgenden Wertzuweisungen sind daher zulässig:

```
long x = 98;
int i = (int) x;          // casting
```

Modellieren von Messdaten

- **Integer** sind Zahlen, die üblicherweise zum **Zählen** verwendet werden.
- **Integer** sollten daher immer dann verwendet werden, wenn der **Wertebereich einer Variablen in den ganzen Zahlen** liegt (Anzahl Studenten, die immatrikuliert sind, Anzahl der Kinder, ...).
- Insbesondere bei der Verarbeitung von **Messdaten** erhält man jedoch oft Werte, die **keine ganzen Zahlen** sind (540.3 Meter, 10.97 Sekunden, ...).
- Deshalb benötigt man in einer Programmiersprache auch **Werte mit Nachkommastellen**:

```
12.34
3.1415926
1.414
```

Fließkommazahlen

- In der Welt der Computer werden Messwerte üblicherweise durch **Fließkommazahlen** repräsentiert.
- Hierbei handelt es sich um Zahlen der Form

$$3.1479 \text{ x } 10^{15}$$

- Diese Zahl würde in Java repräsentiert durch

```
3.1479E15f
```

- Dabei sind sowohl der **Vorkommaanteil**, der **Nachkommaanteil** und der **Exponent** in der **Anzahl der Stellen begrenzt**.
- **Fließkommazahlen repräsentieren eine endliche Teilmenge der rationalen Zahlen**.

Die Datentypen `float` und `double`

- Java stellt mit `float` und `double` zwei **elementare Datentypen** mit unterschiedlicher Genauigkeit für die Repräsentation von **Fließkommazahlen** zur Verfügung.
- Der Typ `float` modelliert Fließkommazahlen mit ungefähr siebenstelliger Genauigkeit. Der Absolutbetrag der Werte kann entweder `0` sein oder im Bereich `[1.4E-45f, 3.4028235E38f]` liegen.
- Demgegenüber hat der Typ `double` eine ungefähr fünfzehnstellige Genauigkeit. Der Absolutbetrag der Werte kann entweder `0` sein oder im Bereich `[4.9E-324, 1.79769313486231570E308]` liegen.

Vergleich der Typen `float` und `int`

- Variablen vom Typ `float` benötigen ebenso wie Variablen vom Typ `int` lediglich 4 Byte = 32 Bit.
- Variablen vom Typ `float` können **größere Werte** repräsentieren als Variablen vom Typ `int`.
- Allerdings haben `float`s nur eine **beschränkte Genauigkeit**.

Beispiel:

```
float f1 = 1234567089f;
System.out.println(f1);
```

liefert als Ausgabe

```
1.23456704E9.
```

Fließkommazahlen und Rundungsfehler

- **Fließkommazahlen** stellen nur eine **begrenzte Genauigkeit** zur Verfügung.
- Ein typisches Beispiel für mögliche **Rechenfehler** ist:

```
float x = 0.0644456f;
float y = 0.032754f;
float z = x * y;
System.out.println(z);
```

- Ausgabe dieses Programmstücks ist `0.0021108512`.
- **Korrekt wäre** `0.00211085118240`.

Verwendung von `float` oder `double`

- Variablen vom Typ `float` und `double` werden ähnlich verwendet wie Variablen vom Typ `int`.
- Mit folgendem Programmstück wird die Fläche eines Kreises berechnen mit Radius `12.0` berechnet:

```
double area, radius;
radius = 12.0;
area = 3.14159*radius*radius;
```

Einlesen von Werten vom Typ `float` und `double`

- Das Einlesen von Werten für `double/float`ist so einfach wie für `int`.
- Java stellt ein **Klasse Double/Float** zur Verfügung, die es erlaubt, einen **`double`** Wert aus einem **`String`-Objekt** zu berechnen.

```
double d = Double.parseDouble(br.readLine());
```

Wann soll man `float` oder `double` verwenden?

- **Fließkommazahlen** werden in der Regel verwendet, wenn man **Zahlen mit Nachkommaanteil** benötigt.
- Die **Genauigkeit von `double` ist für viele Anwendungen hinreichend**.
- Allerdings gibt es **Anwendungen, für welche die Genauigkeit von `double` nicht ausreicht**.
- Ein typisches Beispiel ist das Lösen großer Gleichungssysteme.
- Probleme tauchen aber auch bei Berechnungen im Finanzbereich auf, bei denen Rundungsfehler bis zur zweiten Nachkommastelle ausgeschlossen werden müssen.

Gemischte Arithmetik

- Dieselben Gesetze, die für die **Konvertierung** zwischen `int` und `long` gelten, finden auch für `float` und `double` Anwendung.
- Allerdings kann man auch Integer-Variablen die Werte von Fließkommazahlen zuordnen und umgekehrt.
- Nur wenn es mit **keinem Informationsverlust** verbunden ist, kann eine **Zuweisung direkt** erfolgen.
- Andernfalls muss man das **Casting** verwenden.

```
double x = 4.5;
int i = (int) x;
x = i;
```

- Dabei wird bei der **Konvertierung von Fließkommazahlen nach Integer-Zahlen stets der Nachkommaanteil abgeschnitten**

Zusammenfassung

- Java stellt verschiedene elementare Datentypen für das „**Verarbeiten von Zahlen**“ bereit.
- Die **Integer-Datentypen** repräsentieren ganze **Zahlen**.
- Die Datentypen `float` und `double` repräsentieren **Fließkommazahlen**.
- **Fließkommazahlen** sind eine Teilmenge der rationalen und reellen Zahlen.
- Die **Werte dieser Datentypen** werden durch **Literale** beschrieben.
- Für die Konvertierung zwischen Datentypen verwendet man das **Casting**.
- Berechnungen mit Daten vom Typ `double` und `float` können **Rundungsfehler** produzieren.
- Dadurch entstehen häufig **falsche Ausgaben und Ergebnisse**.
- **You have been warned!**