Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Prof. Dr. W. Burgard, Prof. Dr. B. Nebel — Universität Freiburg
J. Aldinger, J. Boedecker, C. Dornhege — Institut für Informatik
Sommersemester 2015

Übungsblatt 3

Abgabe: Mittwoch, 17. Juni 2015, vor der Vorlesung

Aufgabe 3.1 (Minimax-Algorithmus)

(a) Betrachten Sie den unten (Abb. 1) abgebildeten Spielbaum. Dieser soll von links nach rechts traversiert werden. Führen Sie den Minimax-Algorithmus unter Benutzung von $\alpha\beta$-Pruning auf diesem Baum durch. Annotieren Sie die Knoten mit ihren α- und β-Werten.

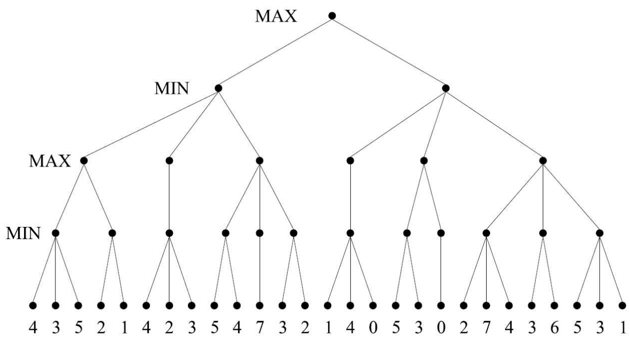
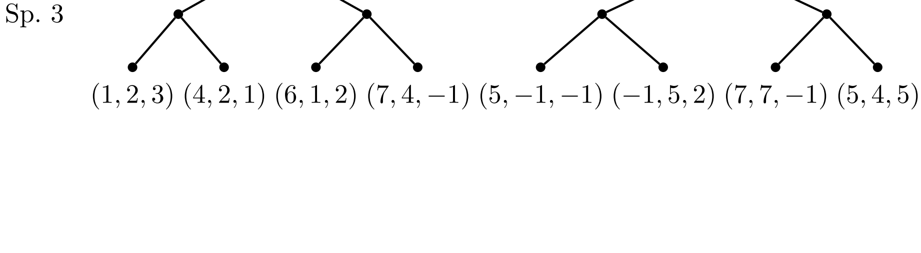


Abbildung 1: Minimax-Baum

(b) Können die Knoten derart geordnet werden, dass $\alpha\beta$-Pruning eine größere Anzahl von Ästen abschneidet? Wenn ja, geben Sie eine solche Ordnung an. Wenn nein, begründen Sie Ihre Antwort.

(c) Betrachten Sie nun das Problem, den Spielbaum eines Drei-Personen-Spiels zu evaluieren, das nicht notwendigerweise die Nullsummenbedingung erfüllt. Sie dürfen annehmen, dass keine Allianzen zwischen Spielern erlaubt sind. Die Spieler heißen 1, 2 und 3. Im Gegensatz zu Zwei-Personen-Nullsummenspielen liefert die Bewertungsfunktion nun Tripel (x_1, x_2, x_3) zurück, wobei x_i der Wert für Spieler i ist.

Vervollständigen Sie den Spielbaum, indem Sie alle inneren Knoten und den Wurzelknoten mit den entsprechenden Wert-Tripeln annotieren.



Aufgabe 3.2 (Erfüllbarkeit, Modelle)

(a) Entscheiden Sie für jede der folgenden Aussagen, ob sie gültig, unerfüllbar oder keines von beidem ist.

  (i) $Rauch \Rightarrow Rauch$
  (ii) $Rauch \Rightarrow Feuer$
  (iii) $(Rauch \Rightarrow Feuer) \Rightarrow (\neg Feuer \Rightarrow \neg Rauch)$
  (iv) $(Rauch \Rightarrow Feuer) \Rightarrow ((Rauch \wedge Hitze) \Rightarrow Feuer)$
  (v) $DerBessereGewinnt \Leftrightarrow DeutschlandWirdWeltmeister$

(b) Gehen Sie von einem Vokabular mit nur vier atomaren Aussagen A, B, C und D aus. Wie viele Modelle gibt es für die folgenden Formeln? Begründen Sie.

  (i) $(A \wedge B) \vee (B \wedge C)$
  (ii) $A \vee B$
  (iii) $(A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)$

Aufgabe 3.3 (KNF-Transformation, Resolutionsmethode)

Es gelten die folgenden Umformungsregeln, nach denen man aussagenlogische Formeln in äquivalente Formeln überführen kann. Dabei sind φ, ψ und χ beliebige aussagenlogische Formeln:

$$\neg\neg\varphi \equiv \varphi \tag{1}$$
$$\neg(\varphi \vee \psi) \equiv \neg\varphi \wedge \neg\psi \tag{2}$$
$$\varphi \vee (\psi \wedge \chi) \equiv (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi) \tag{3}$$
$$\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg\varphi \vee \neg\psi \tag{4}$$
$$\varphi \wedge (\psi \vee \chi) \equiv (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \chi) \tag{5}$$

Außerdem sind die $\vee$- und $\wedge$-Operationen assoziativ und kommutativ.

Betrachten Sie die Formel $((C \wedge \neg B) \leftrightarrow A) \wedge (\neg C \rightarrow A)$.

(a) Wandeln Sie die Formel mithilfe der KNF-Transformationsregeln in eine Klauselmenge K um. Schreiben Sie die einzelnen Schritte auf.

(b) Zeigen Sie anschließend mittels Resolution, dass $K \models (\neg B \rightarrow (A \wedge C))$ gilt.

Aufgabe 3.4 (Davis-Putnam-Verfahren)

Geben Sie mithilfe des Davis-Putnam-Verfahrens ein Modell für die folgenden Klauselmengen an oder zeigen Sie, dass ein Modell nicht existiert. Verwenden Sie, wenn möglich, die *pure symbol heuristic* (d. h. Zuweisung des entsprechenden Wertes an Variable, die immer mit derselben Polarität auftreten) und *unit propagation* und geben Sie in jedem Schritt an, welche Regel Sie angewandt haben.

(a) $\big\{\{P, \neg Q\}, \{\neg P, Q\}, \{Q, \neg R\}, \{S\}, \{\neg S, \neg Q, \neg R\}, \{S, R\}\big\}$
(b) $\big\{\{P, Q, S, T\}, \{P, S, \neg T\}, \{Q, \neg S, T\}, \{P, \neg S, \neg T\}, \{P, \neg Q\}, \{\neg R, \neg P\}, \{R\}\big\}$

Aufgabe 3.5 (Prädikatenlogik)
Betrachten Sie folgende, umgangssprachlich formulierte Sätze:

(a) Nicht alle Studenten belegen KI und ST.

(b) Ein Student ist sowohl in KI als auch in ST durchgefallen.

(c) Genau zwei Studenten sind in ST durchgefallen.

(d) Es gibt einen Barbier, der alle Leute rasiert, die sich nicht selbst rasieren.

(e) Niemand mag einen Professor, der nicht klug ist.

Formulieren Sie die Inhalte dieser Sätze mit Hilfe von Prädikatenlogik (PL1). Benutzen Sie dabei die Prädikate *student(x)*, *belegt(x,y)*, *istDurchgefallen(x,y)*, *barbier(x)*, *rasiert(x,y)*, *professor(x)*, *mag(x,y)* und *klug(x)*.

Aufgabe 3.6 (Semantik der Prädikatenlogik)
Gegeben sei die Interpretation $\mathcal{I} =< \mathcal{D}, \cdot^{\mathcal{I}} >$ mit

- $D = \{0, 1, 2, 3\}$
- $even^{\mathcal{I}} = \{0, 2\}$
- $odd^{\mathcal{I}} = \{1, 3\}$
- $lessThan^{\mathcal{I}} = \{(0,1), (0,2), (0,3), (1,2), (1,3), (2,3)\}$
- $two^{\mathcal{I}} = 2$
- $plus^{\mathcal{I}} : D \times D \rightarrow D, plus^{\mathcal{I}}(a,b) = (a+b) \mod 4$

und die Variablenbelegung $\alpha = \{(x,0),(y,1)\}$.
Geben Sie für die folgenden Formeln θ_i an, ob $\mathcal{I}$ unter α ein Modell für θ_i ist, d.h. ob $\mathcal{I}, \alpha \models \theta_i$. Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $\theta_1 = odd(y) \wedge even(two)$

(b) $\theta_2 = \forall x\ (even(x) \vee odd(x))$

(c) $\theta_3 = \forall x \exists y\ lessThan(x,y)$

(d) $\theta_4 = \forall x\ (even(x) \Rightarrow \exists y\ lessThan(x,y))$

(e) $\theta_5 = \forall x\ (odd(x) \Rightarrow even(plus(x,y)))$

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von drei (3) Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie alle Ihre Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihre Lösung.