Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Dr. J. Boedecker, Prof. Dr. W. Burgard, PD Dr. M. Ragni — Universität Freiburg
J. Aldinger, J. Boedecker, C. Dornhege, M. Krawez — Institut für Informatik
Sommersemester 2016

Übungsblatt 4

Abgabe: Mittwoch, 15. Juni 2016, vor der Vorlesung

Aufgabe 4.1 (DPLL)
Verwenden Sie die Davis-Putnam-Logemann-Loveland(DPLL)-Prozedur, um eine erfüllende Belegung der Formel ϕ zu finden. Schreiben Sie alle Schritte, die der Algorithmus währenddessen ausführt, auf. Wenn Sie eine Verzweigungs-Regel anwenden müssen, wählen Sie die Verzweigungs-Variablen in alphabetischer Reihenfolge aus, und wählen Sie zuerst *wahr*, dann *falsch*. Geben Sie die erfüllende Belegung an.

$$\phi = (\neg A \vee C \vee \neg D) \wedge (A \vee B \vee C \vee \neg D) \wedge (\neg A \vee \neg E) \wedge \neg C \wedge (A \vee D) \wedge (A \vee C \vee E) \wedge (D \vee E)$$

Aufgabe 4.2 (Semantik der Prädikatenlogik)
Gegeben sei die Interpretation $\mathcal{I} =< \mathcal{D}, \cdot^{\mathcal{I}} >$ mit

- $D = \{0, 1, 2, 3\}$
- $even^{\mathcal{I}} = \{0, 2\}$
- $odd^{\mathcal{I}} = \{1, 3\}$
- $lessThan^{\mathcal{I}} = \{(0,1), (0,2), (0,3), (1,2), (1,3), (2,3)\}$
- $two^{\mathcal{I}} = 2$
- $plus^{\mathcal{I}} : D \times D \to D, plus^{\mathcal{I}}(a, b) = (a + b) \mod 4$

und die Variablenbelegung $\alpha = \{(x, 0), (y, 1)\}$.
Geben Sie für die folgenden Formeln θ_i an, ob $\mathcal{I}$ unter α ein Modell für θ_i ist, d.h. ob $\mathcal{I}, \alpha \models \theta_i$. Begründen Sie Ihre Antwort durch eine formale Anwendung der Semantik.

(a) $\theta_1 = odd(y) \wedge even(two)$

(b) $\theta_2 = \forall x\ (even(x) \vee odd(x))$

(c) $\theta_3 = \forall x \exists y\ lessThan(x, y)$

(d) $\theta_4 = \forall x\ (even(x) \Rightarrow \exists y\ lessThan(x, y))$

(e) $\theta_5 = \forall x\ (odd(x) \Rightarrow even(plus(x, y)))$

Aufgabe 4.3 (Konjuktive Normalform)
Bringen Sie die folgenden PL1-Formeln in die konjuktive Normalform.

(a) $\exists x\,[\forall y\,(P(x,y) \Rightarrow \neg Q(f(x))) \vee \exists y \neg\,(\neg P(f(y),x) \vee Q(x))]$

(b) $\forall x\big[\exists y \forall z\,(R(x) \vee S(y,z)) \iff \neg \forall w S(w,x)\big]$

(c) $\forall y\big[\forall x P(x,y) \Rightarrow \forall x\,(\neg U(x) \Rightarrow T(z))\,\big]$

Aufgabe 4.4 (Unifikation)

Finden Sie (falls möglich) den kleinste gemeinsamen Unifikator mit dem Algorithmus aus der Vorlesung.

(a) $\{P(x, f(x,y), z), P(a, z, f(x, g(b)))\}$

(b) $\{P(g(x,y), f(a,x), z), P(\tilde{x}, f(\tilde{y}, \tilde{x}), x)\}$

(c) $\{Q(x, f(h(a), y)), Q(y, z), Q(h(\tilde{y}), f(\tilde{x}, h(\tilde{y})))\}$

Aufgabe 4.5 (Resolution)

Betrachten Sie die folgenden Aussagen über die natürlichen Zahlen:

i Wenn x durch y teilbar ist dann ist x größer als oder gleich y.

ii Wenn x größer als oder gleich y und y größer als oder gleich x ist dann ist x gleich y.

iii Wenn x durch y teilbar ist und y durch x teilbar ist dann ist x gleich y.

(a) Formalisieren Sie die Aussagen (i)-(iii) mit Prädikatenlogik.

(b) Verwenden Sie Resolution, um zu zeigen, ob $(i) \wedge (ii) \models (iii)$ gilt oder nicht.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von drei (3) Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie alle Ihre Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihre Lösung.