Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Dr. J. Boedecker, Prof. Dr. W. Burgard, Prof. Dr. B. Nebel J. Aldinger, M. Krawez Sommersemester 2017 Universität Freiburg Institut für Informatik

Übungsblatt 4

Abgabe: Mittwoch, 21. Juni 2017, vor der Vorlesung

Aufgabe 4.1 (Erfüllbarkeit)

Entscheiden Sie, ob die folgenden PL1-Formeln erfüllbar, unerfüllbar oder allgemeingültig sind. Wenn eine Formel erfüllbar, aber nicht allgemeingültig ist, konstruieren Sie jeweils eine Interpretation I die ein Modell, und eine die kein Modell dieser Formel ist.

Dabei haben die Prädikate folgende Bedeutung:

Mann(x) x ist ein Mann Barbier(x) x ist ein Barbier

rasiert(x,y) x rasiert y

InBar(x) x befindet sich in einer Bar

trinkt(x) x trinkt

- (a) $\exists x (Mann(x) \land \forall y [Mann(y) \Rightarrow (rasiert(x, y) \iff \neg rasiert(y, y))])$
- (b) $\exists x (Barbier(x) \land \forall y [Mann(y) \Rightarrow (rasiert(x, y) \iff \neg rasiert(y, y))])$
- (c) $\exists x [(InBar(x) \land trinkt(x)) \Rightarrow \forall y (InBar(y) \Rightarrow trinkt(y))]$

Aufgabe 4.2 (Klausel-Normalform)

- (a) Bringen Sie die folgenden PL1-Formeln in die Klausel-Normalform.
 - 1. $\forall x [\forall z Q(x, z) \Rightarrow \neg \exists y (R(y) \land P(x, y))] \land \exists y \neg R(y)$
 - 2. $\exists x (\forall y Q(x, y) \iff \exists z [Q(x, z) \lor P(z)])$
 - 3. $\forall x \neg \forall y [R(x,y) \Rightarrow (\neg P(x) \land \exists z Q(x,z,y) \land R(y,y))]$
- (b) Sei ϕ eine PL1-Formel mit

$$\phi = \phi_1 \circ \phi_2,$$

wo ϕ_1 und ϕ_2 PL1-Formeln in der Pränex-Normalform sind, und \circ entweder \wedge oder \vee ist. Bezogen auf die Erfüllbarkeit von ϕ , macht es einen Unterschied ob ϕ_1 und ϕ_2 zuerst skolemisiert werden, oder ob ϕ skolemisiert wird nachdem es in die Pränex-Normalform gabracht wurde? Welche Konsequenzen hat das für die Konstruktion der Klausel-Normalform?

Aufgabe 4.3 (Unifikation)

Finden Sie (falls möglich) den kleinste gemeinsamen Unifikator mit dem Algorithmus aus der Vorlesung.

- (a) $\{P(x, f(x), y), P(z, y, x)\}$
- (b) $\{Q(x, g(y, x)), Q(\tilde{y}, z), Q(g(\tilde{z}, \tilde{x}), z)\}$
- (c) $\{R(y, f(x, y), g(z)), R(g(x), \tilde{z}, y)\}$

Aufgabe 4.4 (Resolution)

Betrachten Sie die folgenden Aussagen über die natürlichen Zahlen:

- i Wenn x durch y teilbar ist dann ist x größer als oder gleich y.
- ii Wenn x größer als oder gleich y und y größer als oder gleich x ist dann ist x gleich y.
- iii Wenn x durch y teilbar ist und y durch x teilbar ist dann ist x gleich y.
- (a) Formalisieren Sie die Aussagen (i)-(iii) mit Prädikatenlogik.
- (b) Verwenden Sie Resolution, um zu zeigen, ob $(i) \land (ii) \models (iii)$ gilt oder nicht.

Die Übungsblätter dürfen und sollten in Gruppen von drei (3) Studenten bearbeitet werden. Bitte schreiben Sie alle Ihre Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf Ihre Lösung.