Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Prof. Dr. J. Boedecker, Prof. Dr. W. Burgard, Prof. Dr. F. Hutter, Prof. Dr. B. Nebel
M. Krawez, T. Schulte
Sommersemester 2018

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 4 — Lösungen

Aufgabe 4.1 (DPLL)

Verwenden Sie die Davis-Putnam-Logemann-Loveland(DPLL)-Prozedur, um eine erfüllende Belegung der Formel ϕ_i zu finden. Schreiben Sie alle Schritte, die der Algorithmus währenddessen ausführt, auf. Wenn Sie eine Verzweigungs-Regel anwenden müssen, wählen Sie die Verzweigungs-Variablen in alphabetischer Reihenfolge aus, und wählen Sie zuerst *wahr*, dann *falsch*. Geben Sie die erfüllende Belegung an.

(a)

$$\phi_1 = (\neg A \vee C \vee \neg D) \wedge (A \vee B \vee C \vee \neg D) \wedge (\neg A \vee \neg E) \wedge \neg C \wedge (A \vee D) \wedge (A \vee C \vee E) \wedge (D \vee E)$$

(b)

$$\phi_2 = (E \vee A) \wedge (B \vee \neg A \vee C) \wedge (E \vee \neg D) \wedge (B \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee D) \wedge (\neg E \vee \neg A \vee \neg D \vee \neg B)$$

Lösung:

(a)

Unit-propagation $C \to 0$	$(\neg A \vee \neg D) \wedge (A \vee B \vee \neg D) \wedge (\neg A \vee \neg E) \wedge (A \vee D) \wedge (A \vee E) \wedge (D \vee E)$
Splitting $A \to 1$	$\neg D \wedge \neg E \wedge (D \vee E)$
Unit-propagation $D \to 0$	$\neg E \wedge E$
Unit-propagation $E \to 1$	$\bot$
Backtracking $A \to 0$	$(B \vee \neg D) \wedge D \wedge E \wedge (D \vee E)$
Unit-propagation $D \to 1$	$B \wedge E$
Unit-propagation $B \to 1$	E
Unit-propagation $E \to 1$	$\top$

Final assignment: $A \to 0; B \to 1; C \to 0; D \to 1; E \to 1$

(b)

$$\begin{array}{rl}
\text{Splitting } A \to 1 & (B \vee C) \wedge (E \vee \neg D) \wedge (B \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee D) \wedge (\neg E \vee \neg D \vee \neg B) \\
\text{Splitting } B \to 1 & (E \vee \neg D) \wedge D \wedge (\neg E \vee \neg D) \\
\text{Unit-propagation } D \to 1 & E \wedge \neg E \\
\text{Unit-propagation } E \to 1 & \perp \\
\text{Backtracking } B \to 0 & C \wedge (E \vee \neg D) \wedge \neg C \\
\text{Unit-propagation } C \to 1 & \perp \\
\text{Backtracking } A \to 0 & E \wedge (E \vee \neg D) \wedge (B \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee D) \\
\text{Unit-propagation } E \to 1 & (B \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee D) \\
\text{Splitting } B \to 1 & D \\
\text{Unit-propagation } D \to 1 & \top
\end{array}$$

Final assignment: $A \to 0; B \to 1; C \to 0/1; D \to 1; E \to 1$

Aufgabe 4.2 (Semantik der Prädikatenlogik)
Gegeben sei die Interpretation $\mathcal{I} =< \mathcal{D}, \cdot^{\mathcal{I}} >$ mit

- $D = \{0, 1, 2, 3\}$
- $even^{\mathcal{I}} = \{0, 2\}$
- $odd^{\mathcal{I}} = \{1, 3\}$
- $lessThan^{\mathcal{I}} = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$
- $two^{\mathcal{I}} = 2$
- $plus^{\mathcal{I}} : D \times D \to D, plus^{\mathcal{I}}(a, b) = (a + b) \mod 4$

und die Variablenbelegung $\alpha = \{(x, 0), (y, 1)\}$.
Geben Sie für die folgenden Formeln θ_i an, ob $\mathcal{I}$ unter α ein Modell für θ_i ist, d.h. ob $\mathcal{I}, \alpha \models \theta_i$. Begründen Sie Ihre Antwort durch eine formale Anwendung der Semantik.

(a) $\theta_1 = odd(y) \wedge even(two)$

(b) $\theta_2 = \forall x\ (even(x) \vee odd(x))$

(c) $\theta_3 = \forall x \exists y\ lessThan(x, y)$

(d) $\theta_4 = \forall x\ (even(x) \Rightarrow \exists y\ lessThan(x, y))$

(e) $\theta_5 = \forall x\ (odd(x) \Rightarrow even(plus(x, y)))$

Lösung:

(a) Ja, $\alpha(y) = 1$ und $1 \in odd$ und $two^{\mathcal{I}} \in even$.
(b) Ja, denn $\forall d \in D : d \in even^{\mathcal{I}} \vee d \in odd^{\mathcal{I}}$. Daraus folgt dann $\forall d \in D : \mathcal{I}, \alpha[x/d] \models even(x) \vee odd(x)$ und daraus $\mathcal{I}, \alpha \models \theta_2$
(c) Nein, $I, \alpha[x/3] \not\models \exists y\ lessThan(x, y)$.
(d) Ja, Für jede Zahl $x \in even^{\mathcal{I}}$ findet sich ein $y \in D$ so dass $(x, y) \in lessThan^{\mathcal{I}}$.
(e) Ja, Für jede Zahl $x \in odd^{\mathcal{I}}$ gilt $plus^{\mathcal{I}}(x, 1) = (x + 1)\ mod\ 4 \in even^{\mathcal{I}}$.